ELEMENTOS DE ARITMÉTICA

POR

D. JOSÉ OLIVART Y BERTRÁN,

MAESTRO SUPERIOR DE 1.ª ENSEÑANZA

EN EL

COLEGIO

DEL INMACULADO CORAZÓN DE MARÍA

DE

ZAFRA.

Zafra: 1887.—Tip de J. Lima.

PRÓLOGO.

Es la Aritmética una de las más importantes asignaturas, entre las que abraza la primera enseñanza. Con serlo tanto, es á la vez por regla general para el discípulo la más árida, y para el profesor la más laboriosa, máxime cuando tiene un crecido número de alumnos. Es, por tanto, de sumo interés, de primera necesidad amenizar en lo posible el estudio de ella al discípulo, facilitando á la vez la tarea y asegurando el éxito al maestro.

Para lograr este doble objeto por medio de una obrita elemental, preciso es que esté escrita con sencillez y buen método; que sus definiciones sean claras, sus nociones precisas; que no se dé regla alguna que no descanse en otra ya conocida, y no se aclare con su ejemplo correspondiente; que no esté recargada, en fin, de explicaciones, datos y detalles que, lejos de auxiliar las facultades del niño, involucran sus ideas, le causan fastidio, y hacen que no fije con seguridad en su memoria aquellas nociones que, una vez bien adquiridas, sirven de base á los estudios ulteriores.

A cargo del profesor está ir ampliando los conocimientos á medida de los adelantos y en proporción con el talento del alumno; siempre ayudando la tierna inteligencia de este á pasar sin confusión ni violencia de la noción bien conocida á la deducción no conocida todavía. Así es como se logra el desarrollo de las facultades en los niños, la claridad en las ideas, la seguridad y duración en los adelantos.

Estas consideraciones, hijas de la observación y de la experiencia en el magisterio, me han impulsado á imprimir mis apuntes aritméticos, previas la superior autorización y la aprobación de un ilustre Profesor de Ciencias exactas.

Sea para gloria de Dios y utilidad de mis semejantes, en especial de mis queridos discípulos.

Elementos de Aritmética.

PRELIMINARES.

¿Qué es Aritmética?—La ciencia que trata de los números y sus propiedades.

¿Qué es número?—La reunión de dos ó más unidades; como dos libros, veinticinco pesetas, etc.

¿Qué es unidad?—Una cosa sola; como un libro, una peseta, etc.

¿Qué es cantidad?—Todo lo que se puede medir ó contar; como la altura de una torre, un rebaño, etc.

¿Cómo se divide la cantidad?—En continua y discreta.

¿Qué es cantidad continua?—Aquella cuyas partes están unidas entre sí, y no pueden separarse fácilmente; como, una mesa, un ladrillo, etc.

¿Qué es cantidad discreta?—Aquella cuyas partes no están unidas entre sí, y pueden sepadad del orden inmediato superior; así que, diez unidades simples componen una decena; diez decenas componen una centena; diez centenas componen una unidad de millar; diez unidades de millar, una decena de millar; diez decenas de millar, una centena de millar; diez centenas de millar, una unidad de millón; y prosiguiendo de este modo se multiplica hasta lo indefinido, diciendo billón, trillón, cuatrillón, etc.

Numeración escrita.

¿Cuáles son las cifras ó guarismos que se emplean en la numeración escrita?—Las siguientes:

1 2 3 4 5 6 7
uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete,

8 9 0
ocho, nueve, cero.

¿Cómo se pueden expresar todos los números con solas estas diez cifras?—Teniendo presente que cada cifra tiene dos valores; uno absoluto y otro relativo.

¿Cuál es el valor absoluto de una cifra?—El que tiene por su figura.

¿Cuál es su valor relativo?—El que le corresponde según el lugar que ocupa en el número. Así, por ejemplo, el 2 vale veinte, doscientos ó dos mil, según que ocupe el segundo, tercero ó cuarto lugar, contando de derecha á izquierda.

El cero ¿qué representa?—El cero por sí solo no tiene ningún valor, y sólo sirve para contribuir al valor relativo de las demás cifras.

¿Cuántos y cuáles son los principales órdenes de unidades?—Tres: unidad, decena y centena. La primera cifra de la derecha ocupa el orden de las unidades simples; la segunda, el de las decenas; y la tercera, el de las centenas. Por muchas que sean las cifras que haya en un número, no encontraremos en él más que estos tres órdenes; con la sola diferencia de que podrán ser simples, de millar, de millón, de millar de millón, de billón, etc., según el lugar que ocupen en el número.

¿Cómo se escribe un número cualquiera?—Comenzando por la izquierda, se van escribiendo, á medida que se van dictando, todos los órdenes de unidades; cuidando de llenar con ceros los lugares en que no haya cifras significativas.

Ejemplo: Para escribir el número dos mil trescientos cuatro, diremos: como consta de dos unidades de millar, tres centenas, ninguna decena, y cuatro unidades simples, se escribe así: 2,304.

¿Cómo se lee un número cualquiera?—Primeramente se divide en períodos de á tres cifras, comenzando por la derecha; á la primera división se le pone una coma, que significa mil; á la segunda, un uno pequeño, que significa millón; á la tercera, otra coma, que significa mil; á la cuarta, un dos pequeño que significa billón;

á la quinta, otra coma; á la sexta, un tres, que significa trillón; y así sucesivamente, alternando siempre las comas con los números. Luego se leen estos períodos como si estuvieran solos, dándoles la denominación que les corresponda según el signo que tengan á su lado.

Ejemplo: El número 230,405,678,021,345, se lee así: doscientos treinta billones, cuatrocientos cinco mil, seiscientos setenta y ocho millones, veinte y un mil, trescientas cuarenta y cinco unidades.

Divisiones del número.

¿Cómo se divide el número según su valor?—En entero, quebrado y mixto. Es número entero, cuando consta de unidades cabales; como 4 libros. Es quebrado, cuando expresa parte ó partes de la unidad: como ½ y ¾ de manzana. Es mixto, cuando consta de entero y quebrado; como 4 y ½ pesetas.

¿Cómo se divide el número según las cifras de que consta?—En dígito ó simple y compuesto: es dígito ó simple, cuando consta de una sola cifra; y es compuesto, cuando consta de dos ó más.

¿Cómo se subdividen los números según la especie de sus unidades?—En abstractos, concretos, homogéneos, heterogéneos y complejos ó denominados. El número es abstracto, cuando no determina la especie de sus unidades; como 8. Es concreto, cuando determina la especie de sus unidades; como 8 manzanas. Son números homogéneos los que son todos de una misma especie; como 35 pesetas, 28 pesetas, 8 pesetas, etc. Llámanse heterogéneos, cuando constan de diferentes especies; como 25 niños, 8 naranjas, 4 libros, etc. Son números complejos ó denominados, cuando constan de diferentes especies relativas todas á otra superior; como 8 duros, 4 pesetas, 3 reales, etc.

Operaciones fundamentales de la Aritmética.

¿Cuántas y cuáles son las operaciones fundamentales de la Aritmética?—Cuatro: sumar, restar, multiplicar y dividir.

SUMAR.

¿Qué es sumar?—Reunir dos ó más números homogéneos en uno solo.

¿Cómo se llaman los números que se emplean en la operación de sumar?—Los que se han de reunir se llaman sumandos, y la reunión de todos ellos, suma.

¿Cómo se indica la operación de sumar?—Con una cruz que se lee *más*, y se coloca á la izquierda de cada uno de los sumandos menos del primero.

¿Cómo se hace para sumar?—Se colocan los sumandos unos debajo de otros, de modo que formen columna las unidades de un mismo orden: se tira una raya por debajo de los sumandos, y se empieza á sumar por el orden de las unidades simples, que están siempre á la derecha; teniendo presente que de diez se lleva una; de veinte, dos; de treinta, tres; de cuarenta, cuatro; de cincuenta, cinco, etc.; las cuales unidades se añaden siempre al orden inmediato superior.

EJEMPLO.

$$\left.\begin{array}{r} 5764 \\ +3592 \\ +\ 438 \end{array}\right\}\text{Sumandos.}$$

$$\overline{=9794}\ \text{Suma.}$$

¿Cómo se hace la prueba de la operación de sumar?—Sumando en orden inverso.

RESTAR.

¿Qué es restar?—Hallar la diferencia que hay entre dos números de una misma especie.

¿Cómo se llaman los números que entran en la operación de restar?—El mayor se llama minuendo; el menor, sustraendo; y el resultado, resta ó diferencia.

¿Cómo se indica la operación de restar?—Con una rayita horizontal, que se lee *menos*, y se coloca á la izquierda del sustraendo.

¿Cómo se hace para restar?—Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que formen columna las unidades de un mismo orden: luego se tira una raya por debajo del sustraendo, y se empieza á restar por el orden de las unidades simples, que están siempre á la derecha.

Cuando una de las cifras del minuendo es menor que su correspondiente del sustraendo, ¿qué se hace?—Se añade á la del minuendo una unidad del orden inmediato superior, que vale diez del orden inmediato inferior; pero en este caso hay que llevar una unidad, y añadirla á la cifra inmediata superior del sustraendo.

EJEMPLO.

86294	Minuendo.
—73462	Sustraendo.
=12832	Resta.

¿Cómo se hace la prueba de la operación de restar?—Sumando el sustraendo con la resta; y, si la operación ha sido bien hecha, dará una suma igual al minuendo.

MULTIPLICAR.

¿Qué es multiplicar?—Hacer á un número tantas veces mayor como unidades tiene otro,

¿Cómo se llaman los números que entran en la operación de multiplicar?—El número que se hace mayor se llama multiplicando; el que con sus unidades indica las veces que ha de hacerse mayor el multiplicando, se llama multiplicador; y el resultado, producto. El multiplicando y multiplicador juntos se llaman factores del producto.

¿Cómo se indica la operación de multiplicar?—Con una cruz en forma de aspa, que se lee *multiplicado por*, y se coloca á la izquierda del multiplicador.

¿Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicación?—Tres, á saber: 1.° multiplicar un número dígito por otro dígito; 2.° multiplicar un compuesto por un dígito; 3.° multiplicar un compuesto por otro compuesto.

¿Cómo se multiplica un dígito por otro dígito?—Basta para esto saber de memoria la tabla de multiplicar.

¿Cómo se multiplica un compuesto por un dígito?—Se multiplican por el dígito todas las cifras del compuesto.

¿Cómo se multiplica un compuesto por otro compuesto?—Se multiplican por cada cifra del multiplicador todas las del multiplicando; y estos productos, que se llaman parciales, se colocan en orden para sumarlos, de modo que las primeras cifras de la derecha se correspondan con su respectiva del multiplicador: luego se tira una raya por debajo, se suman estos productos parciales, y se obtiene el producto total.

EJEMPLO.

$$
\begin{array}{rl}
32425 & \text{Multiplicando.} \\
\times\ 342 & \text{Multiplicador.} \\
\hline
\left.\begin{array}{r} 64850 \\ 129700 \\ 97275 \end{array}\right\} & \text{Productos parciales.} \\
\hline
=11089350 & \text{Producto total.}
\end{array}
$$

Cuando hay uno ó más ceros entre las cifras significativas del multiplicador, ¿cómo se simplifica la operación?—Multiplicando solamente por las cifras significativas, y en llegando á los ceros, se dejan, y se pasa á multiplicar por la cifra inmediata de la izquierda; pero en este caso se ha de tener presente que la 1.ª cifra de este producto se ha de colocar de modo que forme columna con la cifra significativa correspondiente del multiplicador.

Cuando el multiplicando y multiplicador, ó alguno de los dos, tienen algún cero á su derecha, ¿cómo se simplifica la operación?—Multiplicando solamente las cifras significativas y añadiendo á la derecha del producto total tantos ceros como haya entre multiplicando y multiplicador.

¿Cómo se multiplica un número por la unidad seguida de ceros?—Añadiendo á su derecha tantos ceros como lleve la unidad.

¿Cuántos son los usos de la multiplicación? —Tres, á saber: 1.° cuando queremos hacer una cantidad cierto número de veces mayor; 2.° cuando, conocido el valor de una unidad, queremos averiguar el de muchas de su misma especie; 3.° cuando queremos reducir unidades de especie superior á inferior.

¿Cómo se hace la prueba de la multiplicación?—Invirtiendo el orden de los factores.

DIVIDIR.

¿Qué es dividir?—Averiguar las veces que un número contiene á otro.

¿Cómo se llaman los números que entran en la división?—El número que se divide se llama dividendo; aquel por el cual se divide, divisor; y el resultado, cociente; y lo que sobra después de haber restado la última cifra, se llama residuo.

¿Cómo se indica la división?—Escribiendo el dividendo encima de una línea y el divisor debajo, ó bien poniendo dos puntos entre el dividendo y el divisor en esta forma: $\frac{8}{4}$, 8: 4 que en ambos casos se lee: *ocho dividido por cuatro.*

¿Cuántos son los casos de la división?—Tres, á saber: 1.° dividir un número dígito por otro dígito; 2.° dividir un compuesto por un dígito; y 3.° dividir un compuesto por otro compuesto.

¿Cómo se divide un dígito por otro dígito?—Buscando un número que, multiplicado por el divisor, dé por producto un número igual al dividendo, ó lo más aproximado que se pueda.

¿Cómo se divide un compuesto por un dígito?—Puesto el divisor á la derecha del dividendo, y dentro del ángulo que se forma con una raya vertical y otra horizontal, se separa con una coma de la izquierda del dividendo una cifra, si es mayor que el dígito divisor; y, si es menor, se separan dos: luego este número separado se divide por el divisor, y esta será la primera cifra del cociente. Se multiplica esta cifra por el divisor, y el producto se resta del dividendo. Al lado de esta resta se baja la cifra inmediata, se divide este número por el divisor, y esta será la segunda cifra del cociente. Se multiplica esta cifra por el divisor, y el producto se resta del dividendo como la primera vez. Al lado de esta resta se baja la cifra inmediata, y se prosigue del mismo modo hasta haber bajado todas las cifras del dividendo. Debe advertirse que cuando la resta sale igual ó mayor que el divisor, es señal de que debe aumentarse por lo menos en una unidad más el cociente; y cuando el producto del cociente por el divisor no se puede restar del dividendo, por ser este inferior, es señal de que debe disminuirse por lo menos en una unidad el cociente, por no corresponderle tantas. Si, después de haber bajado la cifra inmediata al lado de la resta, no se pudiese dividir este número por el divisor, por no corresponderle ninguna unidad entera, se pone cero al cociente y se baja la cifra inmediata segunda vez, y así se prosigue la operación.

EJEMPLO.

```
Dividendo: 4,7,5,3,4,2,9 | 3 Divisor.
                         |_______________________
           1 7             = 1584476 Cociente.
             2 5
               1 3
                 1 4
                   2 2
                     1 9
Residuo . . . . . . . . 1
```

¿Cómo se divide un compuesto por otro compuesto?—Primero se separan con una coma de la izquierda del dividendo tantas cifras como haya en el divisor; ó una más, si las del divisor fuesen de un número mayor: si estas cifras separadas fuesen una más que las del divisor, las dos primeras de la izquierda del dividendo se han de dividir por la primera de la izquierda del divisor, y esta será la primera cifra del cociente. Se multiplica esta cifra por la primera de la derecha del divisor, y el producto se resta de la primera de la derecha de las separadas del dividendo. Se tiene en cuenta las unidades que se llevan, y se pasa á multiplicar la misma cifra del cociente por la segunda de la derecha del divisor, cuyo producto se resta de la segunda de la derecha del dividendo parcial: luego se multiplican la tercera, cuarta, etc., si las hubiere, hasta haberlas terminado todas. Al lado de la resta se baja la cifra inmediata; se hace la misma operación con este dividendo parcial, y se prosigue del mismo modo hasta haber bajado todas las cifras del dividendo.

EJEMPLO.

Dividendo: 137,8,4,6,3,9,0,2	34 Divisor.
01 8 4	=40543055 Cociente.
1 4 6	
1 0 3	
0 1 9 0	
2 0 2	
Residuo. 3 2	

¿Cómo se divide un número por la unidad seguida de ceros?—Separando de derecha á izquierda de dicho número tantas cifras como ceros lleve la unidad; y de este modo el número quedará dividido en dos partes: la de la izquierda será el cociente; y la de la derecha, el residuo.

¿Cómo se simplifica la división, cuando el divisor tiene ceros á su derecha?—Tachando estos ceros, y separando de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tachados tenga el divisor.

¿Cómo se simplifica la división cuando dividendo y divisor terminan en ceros?—Tachando de ambas partes tantos ceros como tenga el que menos, y haciendo la división con los números que quedan.

¿Cómo se hace la prueba de la división?—Multiplicando el divisor por el cociente, y añadiendo al producto el residuo que haya quedado: y, si la operación ha sido bien hecha, dará un producto igual al dividendo.

¿Cuántos son los usos de la división?—Cuatro, á saber: 1.° Cuando se ha de repartir entre varias personas cierto número de cosas; 2.° cuando, conocidos la cantidad invertida en comprar ó vender una especie y el valor de cada unidad de la misma, se quiere saber el número de las compradas ó vendidas; 3.° Cuando, conocido el valor de muchas unidades y el número de ellas, se quiere saber el de cada una de la misma especie; 4.° cuando se quiere reducir unidades de especie inferior á superior.—También se usa para hacer la prueba de la multiplicación.

Quebrados decimales. (1)

¿Qué son quebrados decimales?—Aquellos quebrados ó partes de la unidad que se cuentan por décimas, centésimas, milésimas, diez milésimas, cien milésimas, millonésimas, etc.

¿Cómo se escriben las decimales?—Comenzando por la izquierda, se escribe primero la parte entera, si la hay; y, si no, se pone un cero, encima del cual se coloca una coma al revés para separar la parte entera de la decimal; y luego, siguiendo el mismo orden, se escribe la parte decimal.

Ejemplo. 32‘485, y 0‘25.

¿Cómo se leen los decimales?—Primero se leen los enteros, si los hay, y luego los decimales como si fuesen enteros, dándoles la denominación que les corresponde según el lugar que ocupa la última cifra de la derecha después de la coma.

¿Qué denominación corresponde á cada cifra decimal?—A la primera cifra después de la coma corresponde la de décimas; á la segunda, la

(1) Hemos puesto los quebrados decimales antes que los comunes, por ser aquellos de uso más general, y porque creemos que estos, atendida la generalización del sistema métrico, están llamados á desaparecer con el tiempo.

de centésimas; á la tercera, la de milésimas; á la cuarta, la de diez milésimas; á la quinta, la de cien milésimas; á la sexta, la de millonésimas, etc.

Ejemplo. Para leer esta cantidad decimal, 25'434,826, lo haremos así: veinticinco enteros, cuatrocientas treinta y cuatro mil, ochocientas veintiseis millonésimas.

El valor de un decimal ¿se altera, si quitamos ó añadimos ceros á su derecha?—No, señor; permanece el mismo: lo que se altera es su denominación.

Sumar y restar decimales.

Cómo se suman los decimales?—Se colocan los sumandos unos debajo de otros de modo que formen columna todas las comas y los diferentes órdenes de unidades; luego se suman como si fuesen enteros, y á la suma se le pone la coma en el lugar correspondiente.

EJEMPLO.

$$\left.\begin{array}{r} 46'345 \\ +\ 5'48 \\ +\ 0'09 \end{array}\right\}\ \text{Sumandos.}$$

$$=51'915 \quad \text{Suma.}$$

¿Cómo se restan los dcimales?—Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que formen columna todas las comas y los diferentes órdenes de unidades; y luego se restan como si fuesen enteros, poniendo á la resta la coma debajo de las otras. Si el minuendo tiene menos cifras decimales que el sustraendo, es bueno añadirle ceros hasta igualar los dos términos.

EJEMPLO.

24'34500	Minuendo.
— 3'43285	Sustraendo.
20'91215	Resta.

Multiplicar y dividir decimales.

¿Cómo se multiplican los decimales?—Se colocan y multiplican como si fuesen enteros, sin hacer caso de las comas; pero de la derecha del producto total se separan tantas cifras decimales como haya entre multiplicando y multiplicador.

EJEMPLO.

4 8'6 0 7	Multiplicando.
× 2'4	Multiplicador.
1 9 4 4 2 8	Productos parciales.
9 7 2 1 4	
=116'6 5 6 8	Producto total.

¿Cómo se multiplica un decimal por la unidad seguida de ceros?—Haciendo correr la coma tantos lugares hacia la derecha como ceros acompañen á la unidad.

Ejemplo: 6‘54302 X 100 = 654‘302.

¿Cómo se dividen los decimales?—Primero se igualan los dos términos añadiendo ceros á la derecha del que tenga menos cifras decimales, y luego se dividen como si fuesen enteros, sin hacer caso de las comas. Si terminada la división quedase algún residuo, se puede aproximar la división cuanto se quiera, añadiendo ceros á la derecha de los residuos que van quedando.

EJEMPLO.

Dividendo...	46‘357	23‘400 Divisor.
	22 9570	=1‘981 Cociente.
	1 89700	
	25000	
Residuo.	1600	

¿Cómo se divide un decimal por la unidad seguida de ceros?—Haciendo correr la coma tantos lugares hacia la izquierda como ceros acompañen á la unidad.

Ejemplo: 345‘219 : 100=3‘45219.

¿Cómo se divide también un decimal por un entero?—Se divide primero la parte entera, terminada la cual, se pone una coma en el cociente para separar los enteros de los decimales, y se prosigue la división.

EJEMPLO.

```
Dividendo. . . 25'67 | 12 Divisor.
               1 6   |___________________
                     = 2'139 Cociente.
                 47
                 110
Residuo. . . . . . 2
```

¿Cómo se divide un decimal por otro, cuando el dividendo tiene más cifras decimales que el divisor?—Suprimiendo la coma en el divisor, y corriendo la del dividendo tantos lugares hacia la derecha, como cifras decimales tenga el divisor, y así queda el caso reducido á dividir un decimal por un entero.

Sistema métrico decimal.

¿Qué es el sistema métrico decimal?—Un conjunto de pesas y medidas mandadas usar en toda España, y cuya unidad fundamental es el metro.

¿Por qué este sistema se llama métrico decimal?—Se llama métrico, porque todas sus unidades tienen relación con el metro; y se llama decimal, porque los órdenes de unidades de que consta aumentan y disminuyen de diez en diez.

¿Cuántas y cuáles son las diferentes unidades usuales de medidas de este sistema?—Seis; á saber: 1.ª el metro, para las medidas de longitud; 2.ª el área, para las de superficie; 3.ª el metro cúbico, para las de volumen; 4.ª el litro, para las de capacidad; 5.ª el gramo, para las de peso; pero, como es tan sumamente pequeño, la ley ha adoptado como unidad usual el kilogramo; y 6.ª la peseta, para las de moneda.

¿Hay alguna otra medida además de estas? —Sí, señor; hay cuatro mayores, que se llaman múltiplos, y tres menores, que se llaman submúltiplos ó divisores.

¿Cómo se expresan las unidades mayores ó múltiplos?—Anteponiendo á la unidad usual las cuatro palabras griegas *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, que significan *diez*, *ciento*, *mil* y *diez mil* respectivamente.

¿Cómo se expresan las unidades menores ó submúltiplos?—Anteponiendo á la nnidad usual las tres palabras latinas *deci*, *centi*, y *mili*, que significan *décima*, *centésima* y *milésima* parte respectivamente.

¿Qué es el metro?—La diezmillonésima parte de la distancia del polo Norte al Ecuador, contando sobre el meridiano terrestre.

¿Cuáles son los múltiplos del metro?—El decámetro, que vale diez metros; el hectómetro, que vale cien metros; el kilómetro, que vale mil metros; y el miriámetro, que vale diez mil metros.

¿Cuáles son los submúltiplos del metro?—El decímetro, que vale la décima parte del metro; el centímetro, que vale la centésima parte del metro; y el milímetro, que vale la milésima parte del metro.

¿Qué es el área?—Un decámetro cuadrado ó sea un cuadro de diez metros de lado.

¿Cuáles son los múltiplos del área?—La hectárea, que vale cien áreas, ó sea un cuadro de cien metros de lado.

¿Cuáles son los submúltiplos del área?—La centiárea, que vale la centésima parte de una área, ó sea un metro cuadrado.

¿Qué es el metro cúbico?—Un cuerpo cerrado por seis caras iguales, y tiene un metro de largo, otro de ancho, y otro de alto.

El métro cúbico, ¿tiene algún múltiplo?—No, señor; sólo tiene submúltiplos, que son el decímetro y el centímetro cúbicos.

¿Qué es el litro?—Una medida que tiene de capacidad un decímetro cúbico.

¿Cuáles son los múltiplos del litro?—El decálitro, que vale diez litros; el hectólitro, que vale cien litros; y el kilólitro, que vale mil litros.

¿Cuáles son los submúltiplos del litro?—El decílitro, que vale la décima parte del litro; y el centílitro, que vale la centésima parte del litro.

¿Qué es el gramo?—El peso de un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de cuatro grados centígrados en el vacío.

¿Cuáles son los múltiplos del gramo?—El decagramo, que vale diez gramos; el hectogramo, que vale cien gramos; y el kilogramo, que vale mil gramos. Para los grandes pesos se usa el quintal métrico, que vale cien kilogramos; y la tonelada, que vale mil kilogramos.

¿Cuáles son los submúltiplos del gramo?—El decigramo, que vale la décima parte; el centigramo, que vale la centésima parte; y el miligramo, que vale la milésima parte del gramo.

¿Qué es la peseta?—Una moneda de plata que pesa cinco gramos.

¿Cuáles son los compuestos de la peseta?—En las cuentas oficiales del Estado, y en una gran parte del comercio, no se usa más que la peseta y el céntimo de peseta; pero hay diferentes clases de monedas de oro, pláta y cobre, para facilitar el cambio.

LECTURA Y ESCRITURA

de las cantidades métricas.

¿Cómo se escriben las cantidades métricas? —Lo mismo que las decimales; teniendo presente que el lugar de las unidades simples es el que corresponde á la unidad usual de medida: el de las decenas, centenas, millares y decenas de millar, es el que corresponde á las que nombramos con las palabras griegas *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, respectivamente; y el lugar de las décimas, centésimas y milésimas, es el que corresponde á las que nombramos con las palabras latinas *deci*, *centi*, y *mili* respectivamente.

Cuando en alguna cantidad métrica faltare alguna unidad intermedia, ¿qué se hace?—Se llenan con ceros los lugares donde falten estas unidades.

Cuando las cantidades métricas se escriben en forma de números complejos, ¿se puede abreviar el nombre de la medida que representan?—Sí, señor; pero de distinto modo las unidades principales que los múltiplos y los submúltiplos.

¿Cómo se escriben las unidades principales? —Con su primera letra, pero minúscula, y un punto al lado. Así, para escribir 9 metros, 4 litros y 8 gramos, se pondrá: 9 m., 4 l., 8 g.

¿Cómo se escriben los múltiplos?—Con dos letras; la primera mayúscula, y la segunda, que es la unidad principal, minúscula. Así 7 kilómetros, 8 decálitros y 9 decagramos se escribirá: 7 Km., 8 Dl. y 9 Dg.

¿Cómo se escriben los submúltiplos?—También con dos letras; pero ambas minúsculas. Así, 4 decigramos, 7 centílitros y 9 milímetros, se escribirá: 4 dg., 7 cl., y 9 mm.

Las medidas cuadradas y cúbicas, ¿cómo se abrevian?—De la misma manera que las lineales; pero poniendo en la parte superior de su derecha un pequeño 2 en las cuadradas, y un 3 en las cúbicas. Así, para escribir 8 metros cuadrados y 7 centímetros cuadrados, se escribirá de este modo: 8 m.^{2} y 7 cm.^{2}; y para escribir 3 decímetros cúbicos y 9 milímetros cúbicos, se hace de este modo: 3 dm.^{3}, y 9 mm.^{3}

¿Cómo se abrevian el quintal métrico y la tonelada métrica?—Para el quintal métrico se escribe una Q mayúscula y una m minúscula, con un punto en cada letra, de este modo: 8 Q. m.; que se lee: 8 quintales métricos.

Para las toneladas métricas se escribe una T mayúscula y una m minúscula; con un punto en cada letra, de este modo: 6 T. m.; que se lee: 6 toneladas métricas.

Escríbase bajo la forma decimal de kg. la cantidad métrica 8 T. m., 7 Q. m., 6 Kg., 9 Hg., 4 g. y 5 cg.=8706'90405 kg.

Dada una cantidad métrica, ¿Se puede reducir á una denominación superior ó inferior, sin tocar ninguna de sus cifras?—Sí, señor; basta para esto correr la coma hacia la izquierda ó hacia la derecha hasta obtener la denominación que se desea.

Ejemplo: Si queremos reducir á km. la cantidad de 8765'25 m, bastará correr la coma tres lugares hacia la izquierda, y tendremos: 8'76525 km. Si esta misma cantidad la queremos reducir á dm., bastará correr la coma cuatro lugares hacia la derecha, y tendremos: 87652'5 dm.

Sumar cantidades métricas.

¿Cómo se suman las cantidades métricas?—Se reducen primero á una misma denominación, y se suman como los decimales.

EJEMPLO.

Para sumar bajo la forma de Km. la cantidad de 83 Km., 8 Hm., 4 Dm. y 3 m., con 7 Km., 6 Hm., 4 m., 3 dm. y 2 cm., con 6 Dm., 9 m. y 8 cm., lo haremos del modo siguiente:

83'84300 Km.
+ 7'60432 »
+ 0'06908 »

=91'51640 Km.

Restar cantidades métricas.

¿Cómo se restan las cantidades métricas?—Se reducen primero á una misma denominación, y se restan como los decimales.

EJEMPLO.

Si de 83 Km., 4 Dm., 7 m. y 6 dm. quitamos 2 Hm., 3 Dm., 2 m, 9 dm. y 8 cm., lo haremos así:

$$\begin{array}{r} 83'04760 \text{ Km.} \\ -0'23298 \text{ »} \\ \hline =82'81462 \text{ Km.} \end{array}$$

Multiplicar cantidades métricas.

¿Cómo se multiplican las cantidades métricas?—Se colocan ambos factores en forma decimal, y se multiplican como los decimales.

EJEMPLO.

Para saber cuántas pesetas valdrán 83 T m., 6 Q.m, 8 Kg., 7 Hg., 6 Dg., 4 g., 7 dg., 8 cg. y 3 mg. de café vendido á razón de 25'73 pesetas el Kilogramo, lo haremos del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} 836\,08'7647\,83 \text{ Kg.} \\ \times\, 25'73 \\ \hline 2508\,26\,2943\,49 \\ 58526\,13\,5348\,1 \\ 418043\,82\,3915 \\ 1672175\,29\,566 \\ \hline =2151253'51\,7866\,59 \text{ p.}^{s} \end{array}$$

Dividir cantidades métricas.

¿Cómo se dividen las cantidades métricas? —Se colocan dividendo y divisor en forma decimal, y se dividen como los decimales.

EJEMPLO.

Para averiguar el valor de un metro de pared, sabiendo que 6 Dm., 4 m. 5 dm. han costado 8294'2 pesetas, lo haremos del modo siguiente:

```
829 4'2    | 64'5
           |__________
184 4      =128'59 p.s
 55 42
  3 820
    5950
     145
```

¿Como se multiplican las cantidades métricas por la unidad seguida de ceros?—Basta para esto correr la coma tantos lugares hacia la derecha como ceros acompañen á la unidad.

EJEMPLO.

Para multiplicar 765'342 m. por 100, bastará correr la coma dos lugares hacia la derecha, y tendremos: 765‘342 X 100=76534‘2 m.

¿Cómo se dividen las cantidades métricas por la unidad seguida de ceros?—Basta para esto correr la coma tantos lugares hacia la izquierda como ceros acompañen á la unidad.

EJEMPLO.

Para dividir 76543‘2 m. por 1,000 bastará correr la coma tres lugares hacia la izquierda, y tendremos: 76543‘2 : 1000=76‘5432 m.

¿Se sigue la misma regla para los metros cuadrados y cúbicos?—No, señor; si el metro cuadrado lo dividimos de derecha á izquierda en diez partes iguales correspondientes á los diez decímetros cuadrados que tiene el cuadro de lado, y en otras diez de arriba abajo, tendremos que su extensión será: 10 X 10=100 decímetros cuadrados; por lo cual se ve que las medidas superficiales crecen de ciento en ciento y decrecen por centésimas partes.

Si dividimos en el metro cúbico una de sus caras en decímetros cuadrados, y con un instrumento cortante atravesamos el cubo por las líneas de la cara dividida hasta la cara opuesta, tendremos que será diez decímetros de ancho por diez de largo, y por lo tanto igual á cien decímetros: mas, multiplicados estos cien decímetros por los otros diez que tiene de alto, endremos que será igual á mil decímetros cúbicos; por donde se ve que las medidas de volumen crecen de mil en mil y decrecen por milésimas partes.

¿Cómo se escriben, pues, las cantidades de metros cuadrados?—En estas cantidades ha de haber dos lugares por cada orden de unidades; es decir, que los dos primeros lugares de la derecha después de la coma serán para las décimas; los dos siguientes, para las centésimas, y así sucesivamente, llenando con ceros los lugares donde no haya unidades. La misma regla debe observarse á la izquierda de la coma.

EJEMPLO.

Para escribir 8 Km.^{2}, 7 Dm.^{2}, 5 m.^{2}, 8 dm.^{2} y 39 cm.^{2}, lo haremos así: 8000705'0839 m.^{2}

Otro: Para escribir 54 m.^{2} y 32 cm.^{2}, lo haremos de este modo: 54'00 32 m.^{2}

¿Cómo se escriben las cantidades de metros cúbicos?—En estas cantidades hay que poner tres cifras en cada orden de unidades, llenando también con ceros los lugares donde no haya unidades.

EJEMPLO.

Para escribir 9 Dm.^{3}, 8 m.^{3} y 76 dm.^{3}, lo haremos así: 9008'076 m.^{3}

Otro: Para escribir 56 m.^{3}, 234 dm.^{3} y 23 cm.^{3}, se hará de este modo: 56'234023 m.^{3}

¿Cómo se multiplican y cómo se dividen las medidas cuadradas?—Para multiplicarlas, basta correr la coma dos lugares hacia la derecha por cada cero que acompañe á la unidad. Para dividirlas, basta correr la coma dos lugares hacia la izquierda por cada cero que acompañe á la unidad.

¿Cómo se multiplican y cómo se dividen las medidas cúbicas?—Para multiplicarlas, se hace correr la coma tres lugares hacia la derecha por cada cero que acompañe á la unidad. Para dividirlas, se hace correr la coma tres lugares hacia la izquierda por cada cero que acompañe á la unidad.

Divisibilidad de los números.

Cuando un número contiene á otro un cierto número exacto de veces, ¿cómo se llama cada uno de estos números respecto del otro?—El número que contiene se llama múltiplo del contenido; y el número contenido se llama submúltiplo del que contiene. Así, por ejemplo, el 16 es múltiplo del 4, porque lo contiene exactamente cuatro veces; y el 4 es submúltiplo del 16, porque está contenido en él 4 veces exactas.

¿Qué son números pares?—Aquellos que son divisibles exactamente por 2; como el 2, el 4, el 6 y el 8.

¿Qué son números impares?—Aquellos que no pueden dividirse exactamente por dos; como el 1, el 3, el 5, el 7 y el 9.

¿Cuándo un número será divisible por 2? —Siempre que dicho número termine en cero ó en cifra par; como 180 y 316.

¿Cuándo un número será divisible por 3? —Siempre que la suma de los valores absolutos de sus cifras significativas sea 3 ó un múltiplo de 3; como 21 y 243.

¿Cuándo un número será divisible por 4? —Siempre que las dos primeras cifras de su derecha sean ceros ó compongan un múltiplo de de 4; como 7,500 y 3,584.

¿Cuándo un número será divisible por 5? —Siempre que dicho número termine en cero ó en 5; como 450 y 645.

¿Cuándo un número será divisible por 6? —Siempre que lo sea por 2 y por 3 á la vez; como 684.

¿Cuándo un número será divisible por 9? —Siempre que la suma de los valores absolutos de sus cifras significativas sea 9, ó un múltiplo de 9; como 252 y 369.

¿Cuándo un número será divisible por 11? —Siempre que la suma de los valores absolutos de las cifras del orden impar sea igual á la suma de los valores absolutos de las cifras del orden par; como 74,638,938 y 6237.

Cuándo un número será exactamente divisible por la unidad seguida de ceros?—Siempre que dicho número lleve á su derecha tantos ceros, cuantos sean los que acompañen á la unidad.

Quebrados comunes.

¿Qué es número quebrado?—El que expresa parte ó partes de la unidad; como tres cuartos de peseta, cuatro quintos de duro, etc.

¿De cuántos términos consta todo quebrado? —De dos: numerador y denominador.

¿Qué expresa cada uno de estos términos?—El numerador expresa las partes que se toman de la unidad, y el denominador las partes en que esta se considera dividida.

¿Cómo se escriben los quebrados comunes? —Poniendo el numerador encima de una raya, y el denominador debajo de ella; como $\frac{4}{5}$.

¿Cómo se leen los quebrados comunes?—Primero se lee el numerador, y luego el denominador bajo la forma de los nombres partitivos, *medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos* y *novenos*, siempre que el denominador sea 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9; pero, si el denominador pasa de 9, se añade á la palabra la partícula *avos*. Así el quebrado $\frac{3}{5}$ se lee tres quintos; y el quebrado $\frac{6}{12}$ se lee seis doce avos.

¿Cómo se dividen los quebrados comunes? —En propios é impropios. Quebrado propio es aquel cuyo numerador es menor que su denominador; como $\frac{4}{7}$: y quebrado impropio es aquel cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador; como $\frac{4}{4}$ y $\frac{7}{4}$

¿Qué le sucede á un quebrado con respecto á las alteraciones que pueden sufrir sus dos términos?—Si aumentamos el numerador, aumenta el quebrado; si lo disminuimos, disminuye. Si aumentamos el denominador, disminuye el quebrado; si lo disminuimos, aumenta. Si aumentamos en un mismo número los dos términos de un quebrado propio, el valor del quebrado disminuye; si es impropio, aumenta. Si multiplicamos ó dividimos los dos términos de un quebrado por un mismo número, el valor del quebrado no se altera.

De dos ó más quebrados que tengan igual denominador y diferente numerador, ¿cual de ellos será de más valor?—El que tenga mayor numerador.

De dos ó más quebrados que tengan igual numerador y diferente denominador, ¿cuál de ellos será de más valor?—El que tenga menor denominador.

Reducir quebrados á un común denominador.

Qué es reducir quebrados á un común denominador?—Transformarlos en otros de igual valor, pero que tengan el mismo denominador.

¿Cómo se reducen varios quebrados á un común denominador?—Primero se multiplican entre sí todos los denominadores, y el producto será el denominador común; luego se multiplica el numerador de cada quebrado por todos los denominadores, menos por el suyo; y estos productos serán los numeradores correspondientes de los nuevos quebrados.

EJEMPLO.

Para reducir á un común denominador los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ y $\frac{8}{9}$, lo haremos del modo siguiente:

1.° $\frac{3 \times 7 \times 9}{4 \times 7 \times 9} = \frac{189}{252}$;

2.° $\frac{5 \times 4 \times 9}{4 \times 7 \times 9} = \frac{180}{252}$; 3.° $\frac{8 \times 4 \times 7}{4 \times 7 \times 9} = \frac{224}{252}$.

¿Qué es simplificar un quebrado?—Transformarlo en otro de igual valor, pero de términos más sencillos; lo cual se consigue dividiendo sus dos términos por un mismo número siempre que se pueda.

EJEMPLO.

Para simplificar el quebrado $\frac{428}{620}$ lo haremos del modo siguiente: Como los dos términos de este quebrado son divisibles por 2, por terminar en cero y en cifra par, se hace esta división, y tendremos: $\frac{428}{620}=\frac{214}{310}$; como todavía este nuevo quebrado es divisible por 2, se hace con él la misma división, y será: $\frac{214}{310}=\frac{107}{155}$.

¿Se puede poner en forma de quebrado común un número cualquiera?—Sí, señor, poniéndole por denominador la unidad.

¿Qué operaciones se hacen con los quebrados?—Las mismas que con los enteros; esto es, sumarlos, restarlos, multiplicarlos y dividirlos.

Sumar quebrados.

¿Cómo se suman los quebrados?—Si todos tienen un mismo denominador, se suman solamente los numeradores, y á la suma se le pone por denominador el mismo: si lo tienen diferente, se reducen primero á un común denominador, luego se suman solamente los numeradores, y á la suma se le pone por denominador el común.

EJEMPLO.

$$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}+\frac{6}{7}=\frac{12}{7}$$

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{8}+\frac{7}{9}=\frac{216}{360}+\frac{180}{360}+$$

$$\frac{280}{360}=\frac{676}{360}$$

¿Cómo se sacan los enteros de un quebrado? —Partiendo el numerador por el denominador.

Restar quebrados.

¿Cómo se restan los quebrados?—Si tienen un mismo denominador se restan solamente los numeradores, y á la resta se le pone por denominador el común: si lo tienen diferente, se reducen primero á un común denominador, y se restan solamente los numeradores, poniendo á la resta el denominador común.

EJEMPLO.

$$\frac{5}{7}-\frac{4}{9}=\frac{45}{63}-\frac{28}{63}=\frac{17}{63}$$

¿Cómo se resta un quebrado de un entero? —Se reduce el entero á quebrado de la especie del que le acompaña, y se restan como dos quebrados.

EJEMPLO.

$$8-\frac{4}{6}=\frac{8\times 6}{6}-\frac{4}{6}=\frac{48}{6}-\frac{4}{6}=\frac{44}{6}$$

¿Cómo se reduce un entero á quebrado de un denominador dado?—Se multiplica el entero por el denominador dado, y el producto será el numerador, y por denominador se le pone el ya dado.

EJEMPLO.

Si queremos reducir el número 9 á quebrado que tenga por denominodor 13, lo haremos así:

$$9=\frac{9\times 13}{13}=\frac{117}{13}$$

Multiplicar quebrados.

¿Cómo se multiplican los quebrados?—Multiplicando entre sí los numeradores, y entre sí los denominadores; y los productos respectivos serán el numerador y el denominador correspondientes del nuevo quebrado.

EJEMPLO.

$$\frac{6}{8}\times\frac{4}{9}=\frac{6\times 4}{8\times 9}=\frac{24}{72}$$

División de quebrados.

¿Cómo se dividen los quebrados?—Multiplicándolos en cruz; esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto será el numerador del quebrado cociente; y el numerador del divisor por el denominador del dividendo, y el producto será el denominador del quebrado cociente.

EJEMPLO.

$$\frac{7}{9} : \frac{4}{8} = \frac{7 \times 8}{9 \times 4} = \frac{56}{36}$$

Números mixtos.

¿Qué son números mixtos?—Los que constan de entero y quebrado; como 3 y $\frac{4}{6}$.

¿Cómo se suman los números mixtos?—Se suman primero los enteros y después los quebrados, añadiendo á la suma de los enteros los que resulten de la suma de los quebrados.

¿Cómo se restan los números mixtos?—Se reducen los enteros á quebrado de denominador dado, y se restan como los quebrados.

¿Cómo se multiplican y dividen los números mixtos?—Se reducen también los enteros á quebrados, y se multiplican ó dividen como los quebrados.

¿Cómo se reduce un entero á quebrado de la especie del que le acompaña?—Multiplicando el entero por el denominador del quebrado, y añadiendo á este producto el numerador del quebrado, y esto será el numerador del nuevo quebrado; y por denominador se le pone el mismo.

EJEMPLO.

$$6 + \frac{4}{5} = \frac{6 \times 5 + 4}{5} = \frac{34}{5}$$

Valuación de quebrados.

¿Qué es valuar un quebrado?—Hallar su valor en unidades de especie inferior á la que se refiere el quebrado.

¿Cómo se halla el valor de un quebrado?—Multiplicando el numerador del quebrado por el número de unidades de la especie inferior que tiene la unidad superior á que se refiere el quebrado, y este producto se parte por el denominador del mismo quebrado.

Números complejos.

¿Qué son números complejos?—Aquellos que constan de diferentes especies relativas todas á otra superior; como 8 duros, 4 pesetas, 3 reales, etc.

¿Cuáles son las diferentes especies de los números denominados?—Las que constituyen el antiguo sistema de pesas y medidas, y son las siguientes:

1.ª *Medidas de longitud.* La vara, que tiene 3 pies; el pie, 12 pulgadas; la pulgada, 12 líneas; la línea, 12 puntos.

2.ª *Medidas de superficie.* El estadal cuadrado, que tiene 4 varas de lado, ó sea 16 varas cuadradas; la fanega, que tiene 576 estadales; y la aranzada, que tiene 400.

3.ª *Medidas de volumen.* La vara cúbica, el pie y la pulgada cúbicos.

4.ª *Medidas de peso.* El quintal, que tiene 4 arrobas; la arroba, 25 libras; la libra, 16 onzas; la onza, 16 adarmes; el adarme, 3 tomines; y el tomín, 12 granos.

5.ª *Medidas de capacidad.* (Para áridos). El cahiz, que tiene 12 fanegas; la fanega, 12 celemines; el celemín, 4 cuartillos. (Para líquidos). La cántara ó arroba, que tiene 4 cuartillas ú 8 azumbres; la azumbre, que tiene 4 cuartillos; y el cuartillo, 4 copas.

6.ª *Medidas del tiempo.* El siglo, que tiene 100 años; el año, 12 meses; el mes, 28, 30, ó 31 días; el día, 24 horas; la hora, 60 minutos; el minuto, 60 segundos.

Para saber con facilidad qué meses son los de 28, 30, ó 31 días, apréndase de memoria esta cuarteta:

Treinta días trae Noviembre,
Con Abril, Junio y Setiembre:
Veintiocho tiene el uno,
Los demás á treinta y uno.

7.ª *Medidas de moneda.* La onza que tiene 16 duros; el doblón nuevo, 5 duros; el viejo, 4 duros; el duro, 5 pesetas; la peseta, 4 reales; y el real, 34 maravedises.

¿Qué operaciones se hacen con los números complejos?—Se pueden reducir á su última especie inferior; se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir.

¿Cómo se reduce un complejo á su última especie inferior?—Multiplicando el número de la especie superior por el número de unidades de la especie inferior inmediata que entren á componer una unidad de la especie superior, y al producto se le añaden las unidades de esta especie que haya; luego se hace la misma operación con las demás especies, hasta haber obtenido la última inferior.

EJEMPLO.

¿Cuántas onzas hay en 23 quintales, 3 arrobas, 14 libras y 8 onzas?

23 qq.s 3 arr.s 14 lb.s 8 onzas.
X 4

= 95 arr.s
X 25

475
190

=2389 lb.s
X 16

14334
2389

=38232 onzas.

Sumar números complejos.

¿Cómo se suman los números complejos?—Primero se colocan los sumandos unos debajo de otros, de modo que formen columna las unidades de cada especie, y se empieza á sumar por las de la especie inferior; y si la suma de estas unidades compone alguna unidad de la especie superior inmediata, se agrega á ellas; repitiendo la misma operación hasta haber terminado la suma.

EJEMPLO.

	2		2		1			
	23	varas,	2	pies,	11	pulgadas,	8	líneas.
+	12	»	1	»	10	»	6	»
+	8	»	2	»	8	»	4	»
=	45	varas	1	pies	6	pulgadas	6	líneas.

Restar números complejos.

¿Cómo se restan los números complejos?—Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que formen columna las unidades de cada especie, y se principia á restar por la especie inferior: si alguna de las especies del minuendo fuese menor que su correspondiente del sustraendo, se tomará una unidad de la especie inmediata superior, y se descompondrá en unidades de la especie inmediata inferior, y de este modo se proseguirá la operación; pero al pasar á restar la especie superior inmediata, se ha de tener presente que se ha tomado de ella una unidad, y, por lo tanto, se ha de considerar aquella especie en una unidad disminuida.

EJEMPLO.

13 varas,	1 pie,	4 pulgadas,	8 líneas.
—4 »	2 »	8 »	9 »
=8 varas,	1 pie,	7 pulgadas,	11 líneas.

Multiplicar números complejos.

¿Cómo se multiplican los números complejos? —Primero se reducen los complejos á quebrados comunes, y se multiplican como los quebrados.

¿Cómo se reducen los complejos á quebrados comunes?—Primero se reducen los complejos á su última especie inferior, y estos productos serán los numeradores de los quebrados; y por denominador se les pone el número de unidades de la especie inferior que entren á componer una unidad de la especie superior á que se refiere el quebrado.

EJEMPLO.

¿Cuánto valdrán 3 arr.s 12 lb.s y 6 onzas de café á razón de 4 duros, 3 pesetas, 3 reales y 23 maravedises la arroba?

3 arr.s 12 lb.s 6 onzas	X 4 D.s 3 p.s 3 r.s 23 m.s
25	X 5
= 87 lb.s	=23 p.s
16	X4
522	=95 r.s
87	X34
=1398 onzas.	380
	285
	= 3253 m.s

$$\frac{1398}{400} \times \frac{3253}{680} = \frac{4547694}{272000} \text{ D.}^{s} \text{ que,}$$

sacando los enteros de este quebrado, ó valuándolo, dará el resultado siguiente:

```
454769,4  | 272000
182769 4  |---------------------------------
 19569 4  = 16 D.s 3 p.s 2 r.s 13 m.s
     X 5
---------
 9784 70
 1624 70
     X 4
---------
 6498 80
 1058 80
    X 34
---------
  4235 2
 31764
---------
 3599920
  879920
   63920
```

Dividir números complejos.

¿Cómo se dividen los números complejos?—Primero se reducen los complejos á quebrados comunes, y se tiene una división de quebrados comunes.

EJEMPLO.

Si 8 varas, 2 pies y 9 pulgadas de paño han costado 6 duros, 4 pesetas, 3 reales y 12 maravedises; á cuánto sale la vara?

8 varas 2 pies 9 pulgadas. 6 D.s 4 p.s 3 r.s 12 m.s

× 3	× 5
= 26 pies.	= 34 p.s
12	× 4
52	= 139 r.s
26	34
= 321 pulgadas	556
	417
	= 4738 m.s

$$\frac{4738}{680} : \frac{321}{36} = \frac{170568}{218280} \text{ D.}^{s}$$

Valuando ahora este quebrado, dará el resultado siguiente:

```
170568       | 218280
    × 5      |--------------------------------
-------      = 3 p.s 3 r.s 21 m.s la vara.
 852840
  19800
    × 4
-------
  79200
  13716
   × 34
-------
  54864
 41148
-------
 466344
  29784
   7956
```

Razones y proporciones geométricas.

¿Qué es razón geométrica?—La comparación que se hace de dos cantidades de una misma especie, para saber las veces que la una contiene á la otra.

¿Cómo se llaman estas cantidades que se comparan?—La que se compara se llama antecedente, y aquella con la cual se compara, consecuente; y las dos juntas se llaman términos de la razón.

¿Cómo se llama el resultado de esta comparación?—Exponente de la razón.

¿Cómo se escribe una razón geométrica?—Poniendo primero el antecedente y dos puntos, que se leen *es á;* y en seguida el consecuente, en esta forma: 4 : 2, que se lee 4 es á 2.

¿Qué es proporción geométrica?—La igualdad de dos razones geométricas.

¿Cómo se escribe una proporción geométrica?—Poniendo las dos razones una después de otra, y separándolas por medio de cuatro puntos, que se leen *como*, en esta forma: 4 : 2 :: 6 : 3, que se lee: 4 es á 2, como 6 es á 3.

¿Cómo se llaman los cuatro términos de una proporción?—El primero y el último, extremos; y los otros dos, medios.

¿Cuál es la propiedad principal de las proporciones geométricas?—Que el producto de los dos extremos es igual al producto de los dos medios.

¿Qué aplicación se hace de esta propiedad? —Que, conociendo tres de los términos de una proporción, se puede encontrar fácilmente el otro.

¿Cómo se encuentra el cuarto término desconocido de una proporción?—Sí es un extremo, se multiplican los dos medios entre sí, y el producto se divide por el otro extremo; si es un medio, se multiplican los dos extremos entre sí, y el producto se divide por el otro medio.

Regla de tres.

¿Qué es regla de tres?—La que nos enseña á encontrar un cuarto término desconocido por medio de otros conocidos.

¿Cómo se llama el término desconocido?—Incógnita.

Y los conocidos ¿Cómo se llaman?—Datos.

¿Cómo se divide la regla de tres?—En *simple* y *compuesta*: es simple cuando el problema no tiene más que una sola proporción; y es compuesta cuando el problema tiene dos ó más proporciones.

¿Qué se ha de tener presente en toda regla de tres?—El *supuesto* y la *pregunta*; las *canti-*

dades principales, y las *cantidades relativas.*

¿Cómo se conocen estas partes?—El supuesto se conoce, porque todo es conocido en él; y se conoce la pregunta, porque en ella está la incógnita, ó sea el término desconocido. Las cantidades principales son los dos números conocidos de una misma especie; y las relativas son el número desconocido que se pide y el otro conocido de la misma especie.

¿Cómo se divide la regla de tres simple?—En *directa* é *inversa:* es directa, siempre que, aumentando ó disminuyendo la cantidad principal de la pregunta, aumenta ó disminuye respectivamente su relativa; y es inversa, siempre que, aumentando la cantidad de la pregunta, disminuye proporcionalmente su relativa, y viceversa.

¿Cómo se plantea la regla de tres directa simple?—Formando la siguiente proporción: *Cantidad principal del supuesto es á cantidad principal de la pregunta, como cantidad relativa del supuesto es á cantidad relativa de la pregunta.*

EJEMPLO.

Si 4 niños han escrito en un día 16 planas de papel, ¿cuántos niños se necesitarán para escribir 32 en el mismo tiempo?—Para escribir más planas, se necesitarán más niños; por tanto es directa; porque, aumentando la cantidad principal de la pregunta, se aumenta también su relativa; y se plantea del modo siguiente:

$$16 : 32 :: 4 : x = \frac{32 \times 4}{16} = \frac{128}{16} = 8 \text{ niños.}$$

¿Cómo se plantea la regla de tres inversa?—Formando la siguiente proporción: *Cantidad principal de la pregunta es á cantidad principal del supuesto, como cantidad relativa del supuesto es á cantidad relativa de la pregunta.*

EJEMPLO.

Si 6 albañiles han empleado 25 días en hacer una alberca, 9 albañiles ¿cuántos días emplearán, trabajando iguales horas al día?—Más albañiles necesitan menos días para concluirla; por tanto, esta regla de tres es inversa; porque, aumentando la cantidad principal de la pregunta, disminuye proporcionalmente su relativa; y se plantea de la manera siguiente:

$$9 : 6 :: 25 : x = \frac{6 \times 25}{9} = \frac{150}{9} = 16\text{‘}666 \text{ días.}$$

¿Cómo se plantea una regla de tres compuesta?—Formando tantas proporciones como cantidades principales del supuesto ó de la pregunta haya; pero en su formación se ha de mirar cuidadosamente si todas las proporciones son directas; porque suele acontecer algunas veces que la primera es directa y la otra es inversa; circunstancia que se ha de tener presente para no trastornar el orden al colocar los datos.

Planteada que esté la regla de tres compuesta, ¿cómo se resuelve?—Primeramente se busca la incógnita de la primera proporción; y, una vez hallada, se toma por término de la segunda, se hace lo mismo con las demás proporciones hasta haber obtenido lo que se desea.

EJEMPLO.

Si 4 carpinteros han hecho 64 cofres en 8 días, ¿cuántos cofres harán 12 carpinteros en 20 días, trabajando iguales horas al día?

$$4 : 12 : : 64 : x = \frac{12 \times 64}{4} \quad \frac{768}{4} = 192;$$

$$8 : 20 : : \; x : z.$$

$x = 192$. Ahora este 192, que es el valor de x, se tomará por término de la segunda proporción, y se resolverá de este modo:

$$8 : 20 :: 192 : z = \frac{20 \times 192}{8} = \frac{3840}{8} 480 \text{ cofres.}$$

Otro. Si 20 zapateros han hecho 250 pares de zapatos en 15 días, trabajando 12 horas, al día, ¿cuántos zapateros se necesitarán para hacer 300 pares en 10 días, trabajando 8 horas al día?

$$250 : 300 : : 20 : x = \frac{300 \times 20}{250} = \frac{6000}{250} = 24.$$

$$10 : 15 : : x : y.$$

$$8 : 12 : : y : z.$$

$$10 : 15 : : 24 : y = \frac{15 \times 24}{10} = \frac{360}{10} = 36.$$

$$8 : 12 : : 36 : z \frac{12 \times 36}{8} = \frac{432}{8} = 54;$$ por

donde se ve que se necesitarían 54 zapateros.

¿Cuáles son las reglas más interesantes que se resuelven con la regla de tres?—Son varias; siendo las principales la de *compañía*, la de *interés* y la de *aligación*.

Regla de compañía.

¿Qué es regla de compañía?—La que tiene por objeto averiguar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada individuo de los que forman alguna sociedad, conociendo el capital de cada uno, y el tiempo que lo tuvo en el fondo.

¿Cómo se divide la regla de compañía?—En *simple* y *compuesta:* es simple, cuando todos los socios han tenido sus capitales en el fondo por igual tiempo; y es compuesta, cuando los capitales no han estado por igual tiempo en el fondo.

¿Cómo se resuelve la regla de compañía simple?—Formando para cada socio la siguiente proporción: *Suma de todos los capitales es á la ganancia ó pérdida total, como capital de tal socio es á x.*

EJEMPLO.

Tres socios han de repartirse una ganancia de 80 duros, habiendo depositado el 1.° para este negocio 200 duros; el 2.°, 280; el 3.°, 800; ¿cuánto corresponderá á cada socio?

Capital del 1.°	200	duros.
Idem del 2.°	280	»
Idem del 3.°	800	»
Suma. . . .	1280	duros.

Ahora se formará una proporción para cada uno en esta forma:

$$1.^{\circ}\ 1280:80::200:x=\frac{80\times 200}{1280}=\frac{16000}{1280}=12'50\ \text{D.}$$

$$2.^{\circ}\ 1280:80::280:x=\frac{80\times 280}{1280}=\frac{22400}{1280}=17'50\ \text{»}$$

$$3.^{\circ}\ 1280:80::800:x=\frac{80\times 800}{1280}=\frac{64000}{1280}=50'\ \text{»}$$

¿Cómo se resuelve la regla de compañía compuesta?—Pueden darse dos casos, cada uno de los cuales tiene su fórmula general diferente, que conviene tener presente para no trastornar el orden al colocar los datos.

Primer caso: cuando los capitales de los socios son iguales y los tiempos diferentes.

Segundo caso: cuando los capitales y los tiempos son diferentes.

La fórmula general para el primer caso es esta: *Suma de los tiempos que han estado impuestos los capitales es á ganancia ó pérdida total, como tiempo que ha estado impuesto cada uno es á x.*

EJEMPLO.

Tres individuos han formado compañía para cierto negocio, habiendo puesto cada uno 10,000 pesetas; habiendo ganado entre los tres 15,000 pesetas, ¿cuánto corresponde á cada uno, habiendo tenido el 1.° su capital en el fondo por por espacio de 6 meses, el 2.° por 5, y el 3.° por 4?

1.°	6 meses.
2.°	5 »
3.°	4 »
Suma de los tiempos:	15 meses.

1.° $15:15000::6:x=\frac{15000X6}{15}=\frac{90000}{15}=6000$ p.

$$2.^\circ\ 15:15000::5:x=\frac{15000\times5}{15}=\frac{75000}{15}=5000\ \text{p.}^s$$

$$3.^\circ\ 15:15000::4:x=\frac{15000\times4}{15}=\frac{60000}{15}=4000\ \text{p.}^s$$

La fórmula general para el segundo caso es esta: *Suma de capitales multiplicados por el tiempo es á ganancia ó pérdida total, como capital de cada socio, multiplicado por el tiempo que le tuvo en el fondo, es á x.*

EJEMPLO.

Tres socios han ganado, en una empresa que tomaron, 8,000 pesetas: ¿cuánto corresponde á cada uno, sabiendo que el 1.° puso en el fondo 12,000 pesetas por 3 meses: el 2.°, 14,000 por 5 meses; y el 3.° 18,000 por 7 meses?

1.°	12,000	pesetas	X 3	meses	=	36,000.
2.°	14,000	»	X 5	»	=	70,000.
3.°	18,000	»	X 7	»	=	126,000.

Suma de capitales multiplicados por tiempos: 232,000.

1.° 232,000 : 8,000 : : 36,000 : x.
2.° 232,000 : 8,000 : : 70,000 : x.
3.° 232,000 : 8,000 : : 126,000 : x.

$$1.^\circ \quad \frac{8000 \times 36000}{232000} = \frac{288000000}{232000} = 1241‘38 \text{ p.}^s$$

$$2.^\circ \quad \frac{8000 \times 70000}{232000} = \frac{560000000}{232000} = 2413‘79 \text{ p.}^s$$

$$3.^\circ \quad \frac{8000 \times 126000}{232000} = \frac{1008000000}{232000} = 4344‘83 \text{ p.}^s$$

Regla de interés.

¿Qué es regla de interés?—La que tiene por objeto averiguar la ganancia que produce un capital prestado á un tanto por ciento, llamado *interés*.—¿Cómo se divide la regla de interés? —En *simple* y *compuesta*.—¿Cual es la regla de interés simple?—La que solo tiene por objeto averiguar los intereses del capital prestado.—¿Como se plantea la regla de interés simple?—Formando la siguiente proporcion:—*Ciento es á tanto por ciento de interés, como capital prestado es á x.*

EJEMPLO.

¿Cuánto producirán 2,675 pesetas, prestadas á un 5 por ciento anual?

$$100:5::2675:x = \frac{5 \times 2675}{100} = \frac{13375}{100} = 133‘75 \text{ p.}^s$$

¿Cómo se plantea esta regla, cuando se quiere averiguar el capital prestado, ó el tanto por ciento de interés á que se prestó el capital?—Formando la misma proporción; pero ocupando con la x el lugar que corresponde al término desconocido.

EJEMPLO.

¿Cuál es el capital que produce 133'75 pesetas anuales, prestado á un interés de 5 por ciento anual?

$$100:5::x:133'75=\frac{133'75\times100}{5}=\frac{13375}{5}=2675\text{ p.}^{s}$$

¿A qué interés anual se ha prestado el capital de 2675 pesetas, que ha producido en un año 133'75 pesetas?

$$100:x::2675:133'75=\frac{100\times133'75}{2675}=\frac{13375}{2675}=5$$

por ciento anual.

¿Cuál es la regla de interés compuesta?—La que tiene por objeto averiguar los intereses de un capital y los intereses de los mismos intereses ya devengados.

¿Cómo se resuelve la regla de interés compuesta?—Primeramente se buscan los intereses del primer año, y se añaden al capital; luego se buscan los intereses de este nuevo capital correspondientes al segundo año, y se añaden al capital; prosiguiendo de este modo hasta haber obtenido los intereses del último año.

EJEMPLO.

¿Cuánto producirá en 3 años un capital de 2,000 pesetas, prestado al interés compuesto de un 5 por ciento anual?

Primer año.

$$100:5::2000:x=\frac{5\times2000}{100}=\frac{10000}{100}=100 \text{ p.}^s$$

Segundo año.

$$100:5::2100:x=\frac{5\times2100}{100}=\frac{10500}{100}=105 \text{ p.}^s$$

Tercer año.

$$100:5::2205:x=\frac{5\times2205}{100}=\frac{11025}{100}=110'25 \text{ p.}^s$$

$$=315'25$$ pesetas en los tres años.

Regla de aligación.

¿Qué es regla de aligación?—La que tiene por objeto averiguar el precio medio á que deberá venderse la unidad de una mezcla formada por varias especies de diferentes precios; ó bien, averiguar en qué proporción deberán mezclarse varias especies de diferentes precios, á fin de vender la unidad de la mezcla á un precio determinado.

¿Cómo se hallará el precio medio de una mezcla, cuando se conoce el número y precio de sus especies componentes?—Basta para esto dividir la suma de los valores de las cantidades mezcladas por la suma de dichas cantidades.

EJEMPLO.

Un cosechero quiere mezclar 64 litros de vino de á 1'50 pesetas litro, con 56 litros de á 2 pesetas litro; á la cual mezcla quiere poner también 24 litros de agua. ¿A cuánto se podrá vender el litro de la mezcla?

64 X 1'50 = 96 p.s
56 X 2 = 112 »
24 X 0 = 0 »

144.....l.s.....208 p.s | 144
640 =1'44 pesetas, á lo
64

que deberá venderse el litro de la mezcla.

¿Cómo se hallará la proporción en que deberán mezclarse varias especies de diferentes precios, para vender la unidad de la mezcla á un precio determinado?—Para esto se mira la diferencia que hay de cada especie al precio medio, teniendo en cuenta que la diferencia del precio más alto al precio medio, será la cantidad de la especie del menor precio; y la diferencia del menor precio al precio medio, será la cantidad de la especie del mayor precio.

EJEMPLO.

Un comerciante tiene café de á 12 pesetas el kilogramo, de á 10, de á 7 y de á 5. ¿En qué proporción deberán mezclarse estas cuatro calidades de café, para venderlo todo al precio medio de 8 pesetas el kilogramo?

8	12.	=3 Kg. de café del de 12 ptas.
	10.	=1 Kg. de café del de 10 ptas.
	7.	=2 Kg. de café del de 7 ptas.
	5.	=4 Kg. de café del de 5 ptas.
	Resultando. . .	10 Kg. de á 8 pesetas el Kg.

Equivalencias de las medidas y pesas antiguas usadas en Castilla, á las métricas modernas usadas en toda España.

Medidas de longitud.

1 vara. . . .=0'836 m.	1 m.. . . .=1'196 varas.
1 pulgada .=2'32 cm.	1 cm. . . .=0'43 pulgadas
1 legua. . .=5'5727 Km.	1 Km.. . .=0'179 leguas.

Medidas de superficie.

1 vara cuadrada=0'698 m. cuad.	1 m. cuad.= 1'431 varas cuad.
1 pie cuad.. . .=0'077 m. cuad.	1 m. cuad.=12'88 pies cuad.

Medidas de volumen.

1 vara cúbica .=0'584 $m.^3$	1 $m.^3$. .= 1'712 varas cúb.
1 pie cúbico. .=0'021 $m.^3$	1 $m.^3$. .=46'226 pies cúb.

Medidas de capacidad para sólidos.

1 fanega .=0'555 Hl.	1 Hl. .=1'801 fanegas
1 celemín=4'625 l.	1 l. . .=0'216 celemines.

Idem para líquidos.

1 cuartillo= 0'504 l.	1 l. . .=1'983 cuartillos.
1 arroba aceite.=12'563 l.	1 l. . .=0'0796 arr. aceite.

Medidas de peso.

1 libra.. .= 0'46 Kg.	1 Kg. .=2'173 libras.
1 onza.. .=28'756 g.	1 g.. .=0'035 onzas.
1 adarme.= 1'797 g.	1 g.. .=0'556 adarmes.
1 grano. .=49'92 mg.	1 mg..=0'02 granos.

TABLA DE SUMAR.

1 y 1 son	2	2 y 1 son	3	3 y 1 son	4
1 y 2	3	2 y 2	4	3 y 2	5
1 y 3	4	2 y 3	5	3 y 3	6
1 y 4	5	2 y 4	6	3 y 4	7
1 y 5	6	2 y 5	7	3 y 5	8
1 y 6	7	2 y 6	8	3 y 6	9
1 y 7	8	2 y 7	9	3 y 7	10
1 y 8	9	2 y 8	10	3 y 8	11
1 y 9	10	2 y 9	11	3 y 9	12
4 y 1 son	5	5 y 1 son	6	6 y 1 son	7
4 y 2	6	5 y 2	7	6 y 2	8
4 y 3	7	5 y 3	8	6 y 3	9
4 y 4	8	5 y 4	9	6 y 4	10
4 y 5	9	5 y 5	10	6 y 5	11
4 y 6	10	5 y 6	11	6 y 6	12
4 y 7	11	5 y 7	12	6 y 7	13
4 y 8	12	5 y 8	13	6 y 8	14
4 y 9	13	5 y 9	14	6 y 9	15
7 y 1 son	8	8 y 1 son	9	9 y 1 son	10
7 y 2	9	8 y 2	10	9 y 2	11
7 y 3	10	8 y 3	11	9 y 3	12
7 y 4	11	8 y 4	12	9 y 4	13
7 y 5	12	8 y 5	13	9 y 5	14
7 y 6	13	8 y 6	14	9 y 6	15
7 y 7	14	8 y 7	15	9 y 7	16
7 y 8	15	8 y 8	16	9 y 8	17
7 y 9	16	8 y 9	17	9 y 9	18

TABLA DE RESTAR.

De 0	á 1	va	1	De 0	á 2	van	2	De 0	á 3	van	3
1	1		0	2	2	va	0	3	3	va	0
1	2		1	2	3		1	3	4		1
1	3	van	2	2	4	van	2	3	5	van	2
1	4		3	2	5		3	3	6		3
1	5		4	2	6		4	3	7		4
1	6		5	2	7		5	3	8		5
1	7		6	2	8		6	3	9		6
1	8		7	2	9		7	3	10		7
1	9		8	2	10		8	3	11		8
1	10		9	2	11		9	3	12		9

De 0	á 4	van	4	De 0	á 5	van	5	De 0	á 6	van	6
4	4	va	0	5	5	va	0	6	6	va	0
4	5		1	5	6		1	6	7		1
4	6	van	2	5	7	van	2	6	8	van	2
4	7		3	5	8		3	6	9		3
4	8		4	5	9		4	6	10		4
4	9		5	5	10		5	6	11		5
4	10		6	5	11		6	6	12		6
4	11		7	5	12		7	6	13		7
4	12		8	5	13		8	6	14		8
4	13		9	5	14		9	6	15		9

De 0	á 7	van	7	De 0	á 8	van	8	De 0	á 9	van	9
7	7	va	0	8	8	va	0	9	9	va	0
7	8		1	8	9		1	9	10		1
7	9	van	2	8	10	van	2	9	11	van	2
7	10		3	8	11		3	9	12		3
7	11		4	8	12		4	9	13		4
7	12		5	8	13		5	9	14		5
7	13		6	8	14		6	9	15		6
7	14		7	8	15		7	9	16		7
7	15		8	8	16		8	9	17		8
7	16		9	8	17		9	9	18		9

TABLA DE MULTIPLICAR.

1 por 1 es 1	2 por 1 es 2	3 por 1 es 3
1 2 2	2 2 son 4	3 2 son 6
1 3 3	2 3 6	3 3 9
1 4 4	2 4 8	3 4 12
1 5 5	2 5 10	3 5 15
1 6 6	2 6 12	3 6 18
1 7 7	2 7 14	3 7 21
1 8 8	2 8 16	3 8 24
1 9 9	2 9 18	3 9 27

4 por 1 es 4	5 por 1 es 5	6 por 1 es 6
4 2 son 8	5 2 son 10	6 2 son 12
4 3 12	5 3 15	6 3 18
4 4 16	5 4 20	6 4 24
4 5 20	5 5 25	6 5 30
4 6 24	5 6 30	6 6 36
4 7 28	5 7 35	6 7 42
4 8 32	5 8 40	6 8 48
4 9 36	5 9 45	6 9 54

7 por 1 es 7	8 por 1 es 8	9 por 1 es 9
7 2 son 14	8 2 son 16	9 2 son 18
7 3 21	8 3 24	9 3 27
7 4 28	8 4 32	9 4 36
7 5 35	8 5 40	9 5 45
7 6 42	8 6 48	9 6 54
7 7 49	8 7 56	9 7 63
7 8 56	8 8 64	9 8 72
7 9 63	8 9 72	9 9 81

TABLA DE DIVIDIR.

0	div. por	1	es	0
1		1		1
2		1		2
3		1		3
4		1		4
5		1		5
6		1		6
7		1		7
8		1		8
9		1		9

0	div.	2	es	2
2		2		1
4		2		2
6		2		3
8		2		4
10		2		5
12		2		6
14		2		7
16		2		8
18		2		9

0	div.	3	es	0
3		3		1
6		3		2
9		3		3
12		3		4
15		3		5
18		3		6
21		3		7
24		3		8
27		3		9

0	div.	4	es	0
4		4		1
8		4		2
12		4		3
16		4		4
20		4		5
24		4		6
28		4		7
32		4		8
36		4		9

0	div.	5	es	0
5		5		1
10		5		2
15		5		3
20		5		4
25		5		5
30		5		6
35		5		7
40		5		8
45		5		9

0	div.	6	es	0
6		6		1
12		6		2
18		6		3
24		6		4
30		6		5
36		6		6
42		6		7
48		6		8
54		6		9

0	div.	7	es	0
7		7		1
14		7		2
21		7		3
28		7		4
35		7		5
42		7		6
49		7		7
56		7		8
63		7		9

0	div.	8	es	0
8		8		1
16		8		2
24		8		3
32		8		4
40		8		5
48		8		6
56		8		7
64		8		8
72		8		9

0	div.	9	es	0
9		9		1
18		9		2
27		9		3
36		9		4
45		9		5
54		9		6
63		9		7
72		9		8
81		9		9